Bezodrazové zakončení v koaxiální technice

Velmi častým požadavkem v měřicí technice na vysokých frekvencích je bezodrazové zakončení nějakého (například koaxiálního) obvodu. K odrazům na vedení nedochází tehdy, když je vedení zakončeno vlnovým odporem (charakteristickou impedancí). Za tímto účelem vkládáme do vedení ztrátový element - rezistor. Aby měl tento ztrátový úsek vedení vlnovou impedanci shodnou s bezeztrátovým vedením, musí splňovat určité podmínky. Tak například nahradíme vedení v délce rezistoru nehomogenním vedením, jehož vnější vodič má exponenciální tvar podle rovnice

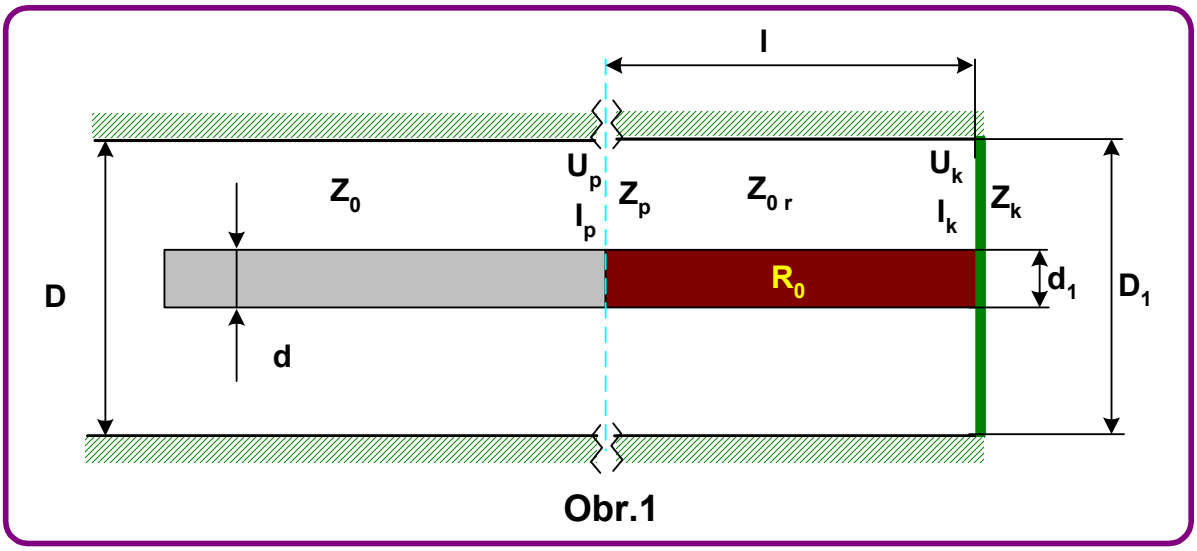
$$D_x = d.e^{\left(\frac{Z_0}{60}.\frac{x}{l}\right)}$$

kde Z_0 je charakteristická impedance vedení
l je délka válcového odporu
x je vzdálenost od konce odporu
D_x je vnitřní průměr vnějšího vodiče ve vzdálenosti x od konce odporu.

Je-li průměr vnějšího vodiče $\mathbf{D \geq l}$, způsobuje značně strmý trychtýř deformaci elektromagnetického pole. Zakončení je bez fázových chyb prakticky až pro hodnoty $\boldsymbol{l = \lambda}$.

Válcové vedení s rezistorem

Předpokládejme úsek bezeztrátového vedení s charakteristickou impedancí Z_0, na jehož konci je připojeno vedení se ztrátovým odporem $\mathbf{R_0}$ rovnoměrně rozloženým v délce $\boldsymbol{l}$ (obr.1).



Obr.1

Charakteristická impedance tohoto vedení nechť je $\mathbf{Z_{0r}}$. Ostatní rozměry jsou podle obrázku **1**. Vedení je na konci zkratováno. Hledejme podmínky, při kterých je vedení bezodrazové . Při řešení budeme vycházet z telegrafních rovnic. Napětí a proud na počátku vedení jsou určeny rovnicemi:

$$U_p = I_k Z_{0r} \sinh \gamma_r l + U_k \cosh \gamma_r l$$
$$I_p = \frac{U_k}{Z_{0r}} \sinh \gamma_r l + I_k \cosh \gamma_r l \qquad (1)$$

Vstupní impedanci zkratovaného vedení dostaneme ve tvaru

$$Z_p = \frac{U_p}{I_p}\Big|_{U_k=0} = Z_{0r} \mathrm{tgh} \gamma_r l \qquad (2)$$

Zjistíme veličiny v rovnici (2). Aplikováním rovnic

$$Z_0 = \sqrt{\frac{R + j\omega L}{G + j\omega C}}, \qquad L = \frac{\mu_r \mu_0}{2\pi} \ln \frac{D}{d}, \qquad C = \frac{2\pi \varepsilon_r \varepsilon_0}{\ln \frac{D}{d}}$$

a za předpokladů $\boldsymbol{\varepsilon_r=1}$, $\boldsymbol{\mu_r=1}$ a $\mathbf{G=0}$ dostaneme:

$$Z_{0r} = \sqrt{\frac{R + j\omega L}{j\omega C}} = \sqrt{\left(\frac{Z_{01}}{R_0}\right)^2 - j\frac{1}{\omega R_0 C}} \qquad (3)$$

Zde je Z_{01} impedance ekvivalentního bezeztrátového vedení v úseku vedení o délce $\boldsymbol{l}$, $\mathbf{R_0}$ je odpor vedení na jednotku délky a **C** je kapacita na jednotku délky.

$$Z_{01} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}} \ln \frac{D_1}{d_1}$$

V rovnici (3) zavedeme substituci

$$A = \frac{R_0}{Z_{01}}, \qquad c_{01}^2 = \frac{1}{\mu_0 \varepsilon_0}, \qquad B = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot l$$

a dostaneme

$$Z_{0r} = \sqrt{\frac{1}{A^2} - j\frac{1}{A.B}} \qquad (4)$$

Pro konstantu šíření za uvedených předpokladů můžeme napsat rovnici

$$\gamma_r = \sqrt{(R + j\omega L).j\omega C}$$

$$l.\gamma_r = \sqrt{j\frac{R_0}{Z_{01}}.\frac{2\pi}{\lambda}.l - \left(\frac{2\pi}{\lambda}.l\right)^2} \qquad (5)$$

Rovnice (4) a (5) dosadíme do (2) a po úpravách dostaneme:

$$\frac{Z_p}{R_0} = \sqrt{\frac{1}{A^2} - j\frac{1}{A.B}} \mathrm{tgh} \sqrt{\frac{1}{A} - j\frac{1}{B}} \qquad (6)$$

Rozvedeme ***tgh*** v řadu a po roznásobení bude

$$\frac{Z_p}{Z_0} = 1 + m + jn, \qquad (7)$$

kde m a n mají následující tvar

$$m = \left[B^2 \left(\frac{2}{3} - \frac{2}{15} A^2 \right) + B^4 \left(\frac{2}{5} + \frac{68}{315} A^2 + \frac{62}{2835} A^4 \right) + ... \right]$$

$$n = \frac{B}{A} \left[1 - \frac{A^2}{3} + B^2 \left(\frac{1}{3} - \frac{2}{5} A^2 + \frac{17}{315} A^4 \right) + ... \right]$$

Budou-li členy m a n v rovnici (7) nulové, bude impedance ztrátového vedení $\mathbf{Z_p}$ rovna vlnové impedanci Z_0. Nejsou-li nulové, pak sčítanec **m** představuje chybu odporové složky a sčítanec **n** chybu reaktanční složky. Najdeme podmínky, kdy jsou tyto chyby minimální. Derivace **dm/dB** bude nulová pro **B=0**. To nelze splnit, avšak chybu odporové složky 1% můžeme zajistit, pokud bude poměr ***l*/λ=0,03.**

Derivace $\left(\frac{dn}{dB} \right)_{B=0}$ bude:

$$\left(\frac{dn}{dB} \right) = \frac{1 - \frac{A^2}{3}}{A} = 0$$

Odtud vychází podmínka pro optimální hodnotu impedance $\mathbf{Z_{01}}$

$$A = \frac{R_0}{Z_{01}} = \frac{Z_0}{Z_{01}} = \sqrt{3}$$

Činitele odrazu pro toto bezodrazové zakončení vypočítáme podle vztahu:

$$\Gamma = \frac{1 - \frac{Z_p}{Z_0}}{1 + \frac{Z_p}{Z_0}} = -\frac{2m + m^2 + n^2}{(2+m)^2 + n^2} - j \frac{2n}{(2+m)^2 + n^2}$$

Trychtýřové vedení s válcovým rezistorem

Dále bude uvedena metoda návrhu trychtýřového bezodrazového zakončení, které nejlépe splňuje i ty nejnáročnější podmínky. Připomínám, že výroba bezodrazové koncovky tohoto typu není ani jednoduchá ani levná. Nejčastěji se uplatní technologie galvanoplastických odlitků, když se vyrobí vnitřní forma.

Výchozími parametry při návrhu jsou rozměry rezistoru a rozměry bezeztrátového vedení. Návrh sledujeme podle obrázku 2.

$$x = a.\operatorname{arccos\,h} \frac{a}{y} - \sqrt{a^2 - y^2} \quad (8)$$

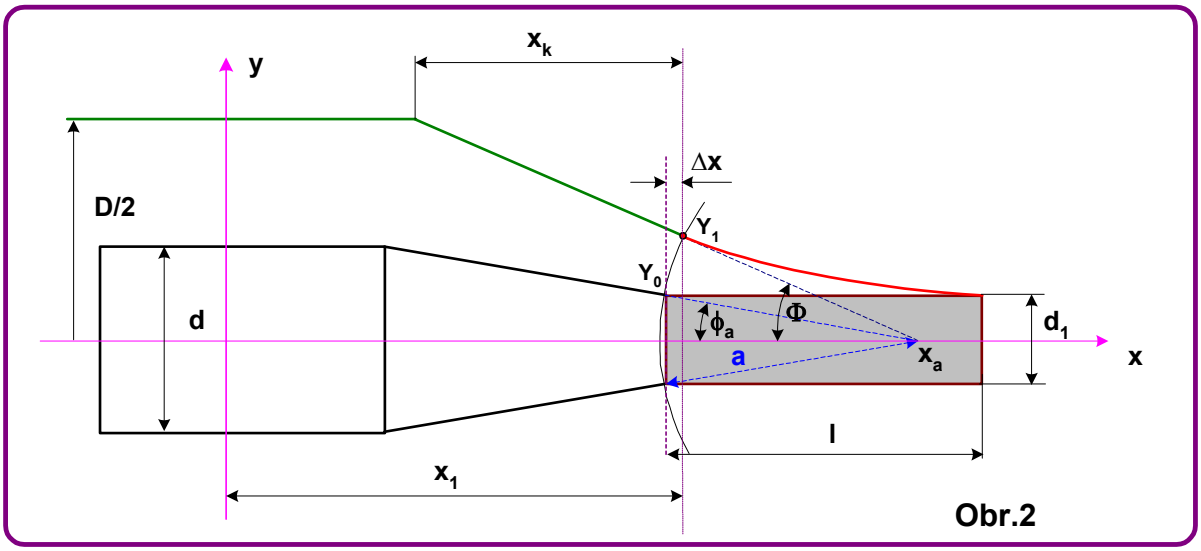
nebo

$$x = a.\ln\frac{a+\sqrt{a^2-y_2}}{y} - \sqrt{a^2-y_2} \qquad (9)$$

Nahradíme přirozený logaritmus dekadickým a dostaneme

$$x = a.2,302585.\log\frac{a+b}{y} - b \qquad (10)$$

kde $b = \sqrt{\left(a^2 - y^2\right)}$, (11) $\qquad a = \frac{59,9586}{Z_0}.l$ (12)



Obr.2

Hodnota parametru **a** v rovnici (12) je pro daný válcový odpor konstantní a představuje tvořící tečnu k profilové křivce trychtýře. Při návrhu mohou nastat tři případy podle toho jak se vzájemně liší průměry odporu $\mathbf{d_1}$ a středního vodiče vedení **d.** Může být $\mathbf{d_1 \leq d}$, $\mathbf{d_1 = d}$ nebo $\mathbf{d_1 \geq d}$. Postup při návrhu je ve všech případech stejný, rozdílná je jen návaznost trychtýřového vedení na kuželové nebo válcové vedení. Na obrázku 2 je případ kdy $\mathbf{d_1 \leq d}$.

K danému odporu vypočítáme délku tvořící tečny podle (12). Tím je rovněž určen úhel $\boldsymbol{\varphi_a}$, který svírá úsečka **a** s osou odporu. Počáteční bod tvořící tečny souhlasí s počátkem odporové vrstvy. Pro úhel $\boldsymbol{\varphi_a}$ dostaneme

$$\varphi_a = \arcsin\frac{Z_0}{2.(59,9586)}.\frac{d_1}{l}$$

Pod tímto úhlem přechází vnitřní vodič z průměru válcového odporu $\mathbf{d_1}$ přes kuželové vedení na jmenovitý průměr vedení **d.** Vrchol kuželového vedení je v bodě $\mathbf{X_a}$**.** Vnější vodič kuželového vedení navazuje na trychtýřové vedení v bodě $\mathbf{Y_1}$, který leží na kružnici opsané z bodu $\mathbf{X_a}$ a má poloměr **a**. Souřadnici $\mathbf{y_1}$ bodu $\mathbf{Y_1}$ vypočítáme podle vztahu

$$y_1 = 2.a.\sin\Phi\,,$$

kde **Φ** je úhel vnějšího vodiče kuželového vedení, který lze určit z některého z následujících dvou vztahů

$$d = \frac{\sin \varphi_a}{\sin \Phi} . D$$

$$Z_{0k} = \frac{59,9586}{\sqrt{\varepsilon_r}} \ln \frac{\operatorname{tg} \frac{\Phi}{2}}{\operatorname{tg} \frac{\varphi_a}{2}}$$

Při výpočtu parametrů trychtýře postupujeme nejsnáze tak, že volíme souřadnice $\mathbf{y = d_1 /2}$ až $\mathbf{y = y_1 /2}$ v zaokrouhlených číslech a příslušnou souřadnici x vypočítáme podle rovnic (8), (9) a (10).

Vzdálenost **Δx**, což je rozdíl mezi počátkem trychtýřového vedení a počátkem odporu vypočítáme:

$$\Delta x = \frac{d_1}{\operatorname{tg} \varphi_a} - \frac{\frac{y_1}{2}}{\operatorname{tg} \Phi}$$

Délku vnějšího kužele určuje jeho průsečík s vnějším válcovým vodičem

$$x_k = \frac{\frac{D}{2} - \frac{y_1}{2}}{\operatorname{tg} \Phi}$$

Konfigurace podle obrázku 2 není ideální pro případ, kdy je rozměr ***l*** srovnatelný s průměrem **D**. V takovém případě je lépe nahradit přechod z kuželového vedení na válcové obloukem.